数I　完璧プリント

1

A) $(x+2y)(3x-y) = 3x^2+5xy-2y^2$　　B) $(x-2y+1)(x+2y-1) = x^2-4y^2+4y-1$
C) $(a+2b)^3 = a^2+6a^2b+12ab^2+8b^2$　　D) $(x+2y-3)^2 = x^2+4xy+y^2-6x-12y+9$

2

A) $8x^2+2xy-3y^2 = (2x-y)(4x+3y)$　　B) $2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2 = (x-3y+2)(2x+y-1)$
C) $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a) = 1(a-b)(b-c)(c-a)$

3

$x = \frac{1}{2+\sqrt{5}}$,　$y = \frac{1}{2-\sqrt{5}}$　のとき、
A) $x^3+y^3 = (x+y)^3-3xy(x+y) = -76$　B) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} = -18$

4

A) 必要十分条件 B) 必要条件

5

$\sqrt{11+6\sqrt{2}} = 3+\sqrt{2}$

6

$x < -5, -1 < x < 2$

7

＜概略＞
A)　（n^2が偶数　⇒　n は偶数）は対偶（n が奇数　⇒　n^2は奇数）の証明によって導ける。
B)　$\sqrt{2}$が有理数$\frac{q}{p}(p,q$ は互いに素な自然数) である と仮定して四則演算による変形を
　したのち、p,q がともに偶数になる。これは仮定が間違っていたことによる矛盾である。
C)　とにかく計算。$\sqrt{2}$は無理数であった。

8

A) a が b で割り切れるなら、整数 k を用いて　$a = bk$ と表せる。b が c で割り切れるときも整数 l を用いて　$b = cl$ と表せる。よって　$a = bk = ckl$　kl は整数なので、この命題は真である。
B) $a = 5, b = 0, c = -5$ が反例。よって偽。
C) 仮定から $a - b = 5p, b - c = 5q$ とする $(p, q$ は整数。) このとき $a - c = 5(p + q)$ であり、$p + q$ も整数だから $a - c$ も 5 の倍数であり、命題は真である
cf. このように、ある 2 つの数値の間でなる関係 R に対して、
a と b、b と c　の間で R が成立するときに　a と c　の間で R が成立することを「推移律」という。

9

A) $(1, 5), y = -x^2 - 14x - 54$
B) $(0, -8), y = 2x^2 - 24x + 80$

10

$y = 2x^2 - 16x + c = 2(x - 4)^2 - 32 + c(1 \leq x \leq 6)$
$x = 1$ のときに最大値をとるので、$c = 14$

11

A) $-\frac{5}{2} < x < 15$
B) $x \leq -3, 10 \leq x$
C) 解なし
D) $-2 < x < 1$　　場合分けが重要です。

12

$y = ax^2 + bx + c$ の (x, y) に与えられた座標をそれぞれ代入して得た連立方程式を解けばいいだけ。
$y = 2x^2 + x - 3$

13

$f(a) = -4a+1(a \geq \frac{1}{2}), -4a^2(-\frac{7}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}), 28a+49(a \leq -\frac{7}{2})$
これを満たすような a ー $f(a)$ グラフを図示すればよい。ここでは省略する。

14

二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の表す放物線の軸の方程式は、$x = -\frac{b}{a}$ であることに注意。
a は凸の方向、c は $x = 0$ をしたときに、$a + b + c$ は $x = 1$ をしたときにわかる。
したがって、$a < 0, c < 0, a + b + c < 0, b^2 - 4ac > 0, b < 0$

15

$\cos 40^\circ = A$ とする。
$\sin 40^\circ = \sqrt{1-A^2}, \cos 130^\circ = -\sqrt{1-A^2}$
ヒントの式を間違えたため、 $\cos 140^\circ =$ -A と答えた場合も正解。

16

$\cos\theta$を求めよ。とあるが、数 1 では 0°から　180°までの範囲なので、暗黙の了解でこの範囲とする。また、余弦 は場合によっては、この範囲でも正負両方の符号をつける必要がある。
A) $\cos\theta = \frac{5}{13}$　　B) $\cos\theta = \pm\frac{8}{9}$　　C) $\cos\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

17

1. $30^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$
2. 素直に展開して、$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ と条件式を代入しちゃえば終わりですね。答えは 7。

18

正弦定理と余弦定理、三角形の面積の公式、内接円の半径の方程式を駆使しましょう。
A) $a = \sqrt{13}$
B) $c = \frac{5\sqrt{6}}{3}$
C) $C = 60^\circ, S = 30\sqrt{3}$
D) $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$
E) $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$

19

すぐに求めに行かず、BF を求めてから (三平方の定理ですぐわかる) 余弦定理を使います。
$\cos ABF = -\frac{2}{15}$

20

$$7, 15, 12, 18, 8$$

A) 平均値 (average)=12, 中央値 (median)=12, 四分位範囲 IQR =9.
B) 分散 $\sigma^2 = 17.2$