

第7回 対数の性質

1 対数の性質

$a > 0, a \neq 1, b, c > 0$ とする。

1. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ を証明せよ。
2. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$ を証明せよ。
3. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ を証明せよ。
4. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ を証明せよ。

2 数値計算

$\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$ とすると、次の値はどうなるか、 a, b を用いて答えよ。

1. $\log_2 75$
2. $\log_3 5$
3. $\log_2 90$
4. $\log_{10} 2$
5. $\log_{10} 3$
6. $\log_5 36$
7. $\log_{45} 8$
8. $\log_2 50$
9. $\log_9 10$
10. $\log_{80} 81$
11. $\log_{30} 48$
12. $\log_{24} 25$
13. $\log_5 18$

残念ながらここで登場する対数の具体的な計算は、理系ならば大学で扱う機会はほぼ皆無といってもよい。ネイピア数 e を底とした対数ならば頻繁に使うが、それぐらいである。

Answer

証明問題に関しては、大まかにいうと (1)(2) は定義に戻して指数法則を使えばよい。

(3) も、定義を使うと説明できる。詳しい証明はネットに落ちているので「底の変換定理 証明」で検索しよう。

数値計算の答え

1. $a + 2b$

2. $\frac{b}{a}$

3. $2a + b + 1$

4. $\frac{1}{b+1}$

5. $\frac{a}{b+1}$

6. $\frac{2+2a}{b}$

7. $\frac{3}{2a+b}$

8. $2b + 1$

9. $\frac{b+1}{2a}$

10. $\frac{4a}{b+4}$

11. $\frac{a+4}{a+b+1}$

12. $\frac{2b}{a+3}$

13. $\frac{1+2a}{b}$

対数の底と真数を 2,3,5 の積で表せるならばそれほど難しくありません。