

## 第5回 三角関数の基本演算練習

「弧度法（ラジアン表記）」で解く事にはもちろん理由があり、3年生以降で習う微積分においてかなりの頻度で使われる。360°で  $2\pi$  だ。次の方程式と不等式を、 $0 \leq \theta < 2\pi$  の弧度法で答えよ。

$$(1) \sin \theta > \frac{1}{2}$$

$$(2) \cos \theta \leq 0$$

$$(3) \tan \theta < -\sqrt{3}$$

$$(4) \sin \theta \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(5) \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$(6) \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(7) \tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \geq 1$$

$$(8) \sin^2 \theta + \sin \theta + \frac{1}{4} > 0$$

$$(9) 2\sin^2 \theta - 5\cos \theta + 1 \leq 0$$

$$(10) \sin \theta + \cos \theta < 1$$

$$(11) \sin \theta + \sqrt{3}\cos \theta \leq -\sqrt{3}$$

$$(12) \cos \theta + \cos 3\theta = 0$$

$$(13) \sin 4\theta - \sin 6\theta = 0$$

Answer

$$(1) \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{5\pi}{6}$$

$$(2) \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$(3) \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2} < \theta < \frac{5\pi}{3}$$

$\tan \frac{\pi}{2}$ は定義されておらず、その前後で符号が変わることに注意しよう。

$$(4) 0 \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \leq \theta < 2\pi$$

$$(5) \theta = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

定義域に注意しよう。

$$(6) \frac{7\pi}{24} < \theta < \frac{11\pi}{24}, \frac{31\pi}{24} < \theta < \frac{35\pi}{24}$$

$$(7) \frac{7\pi}{12} \leq \theta < \frac{5\pi}{6}, \frac{19\pi}{12} \leq \theta < \frac{11\pi}{6}$$

$$(8) \theta \neq \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \text{ ただし } 0 \leq \theta < 2\pi \text{ 中の解}$$

$$(9) 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \leq \theta < 2\pi$$

$\sin^2 \theta$ を  $1 - \cos^2 \theta$ に変換します。

$$(10) \frac{\pi}{2} < \theta < 2\pi$$

$$(11) \pi \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3}$$

三角関数の「合成」を利用します。

$$(12) \theta = \frac{n\pi}{4} \quad (n = 1, 2, 3, 5, 6, 7)$$

$$(13) \theta = 0, \pi, \frac{(2n+1)\pi}{10} \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

三角関数の和積の公式を使います。覚えられない人は、

$\theta = 2\theta - \theta, 3\theta = 2\theta + \theta$ と変形し、加法定理に変換して計算しちゃうと、積の形になるはず。