

第2回 絶対値の方程式および不等式の基本演算練習

注意：例えば $3 \leq a$ とは、 a は 3 以上であるという記号である
「二次不等式」を習得していない場合、(8) 以降は解かなくてもよいが、最終的には解いてほしいところだ。と言っても、これは入試における重要な考え方を使うからだ。

$$(1) \quad |x - 3| \leq 2$$

$$(2) \quad 2|x| > 1$$

$$(3) \quad 3|x - 1| \geq 3|x| - 1$$

$$(4) \quad |x - 2| + |2x - 1| = 6$$

$$(5) \quad \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 1$$

$$(6) \quad \sqrt{x^2 + 4x + 4} \geq 4$$

$$(7) \quad |x| + |x + 1| + |x + 2| \geq 5$$

$$(8) \quad x^2 - 6|x| + 8 = 0$$

$$(9) \quad x^2 + 2|x + 1| - 1 = 0$$

$$(10) \quad \sqrt{x^2 + 4ax + 4a^2} < 1 \quad (a : \text{const}) \dots \text{「}a \text{ は任意定数」の意。}$$

Answer

(1) $1 \leq x \leq 5$

(2) $x < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < x$

(3) $x \leq \frac{2}{3}$

(4) $x = -1, 3$

(5) $x = 1, 2$

(6) $x \leq -6, 2 \leq x$

(7) $x \leq -\frac{8}{3}, \frac{2}{3} \leq x$

(8) $x = \pm 2, \pm 4$

まず、左辺を「 x 」の関数 $f(x)$ としてグラフ $y = f(x)$ を描く。このとき、絶対値の中身がそれぞれ正か負か、で場合分けをすること。そして $y =$ (右辺) の直線を、同じ座標平面に追加する。そのときの共有点の x 座標が求める解である。

(9) $x = -1$

(10) $-2a - 1 < x < -2a + 1$